Bachelorklausur zur Theoretischen Physik II (Elektrodynamik)

Name Matrikelnummer

Anmerkungen:
Erlaubte Hilfmittel: ein selbstbeschriebenes Blatt DIN A4 Bearbeitungszeit: 90 Minuten
Beschriften Sie bitte jedes Blatt mit Namen, Matrikelnummer und dem Namen Ihres Übungsgruppenleiters.

1 Multiple-Choice Fragen (8 P)

Zu jeder Frage darf nur *eine* Antwort angekreuzt werden. Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt.

a) In Welcher Eichung gilt $\nabla \cdot \vec{A} = 0$?

◯ Lorenz-Eichung ◯ Coulomb-Eichung

b) Der Abstand zweier Ereignisse sei raumartig. Können diese Ereignisse durch eine geschickte Lorentz-Transformation so erscheinen, als ob sie nur zeitlich getrennt seien?

◯ ja ◯ nein

c) Die Normalkomponente welcher Größe ist an einer Grenzfläche zwischen zwei Dielektrika mit verschiedener Dielektrizitätskonstante stetig?

◯ die des elektrischen Felds, E_n ◯ die der dielektrischen Verschiebung, D_n

d) Eine elektromagnetische Welle im Medium 1 trifft so auf eine planare Grenzfläche zu einem unendlich dicken Medium 2 mit niedrigerem Brechungsindex, dass Totalreflektion auftritt. Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch?

richtig	falsch	
◯	◯	Die transmittierte Welle klingt exponentiell mit dem Abstand von der Grenzfläche ab.
◯	◯	Die reflektierte Welle ist phasenverschoben zur einfallenden Welle.
◯	◯	Der Energiefluss von der Welle in das Medium 2 ist proportional zum Cosinus des Winkels θ_i, in dem die Welle einfällt.

e) Zwei hintereinander ausgeführte Lorentz-Transformationen entlang der gleichen Richtung mit Geschwindigkeiten v_1 und v_2 lassen sich als eine einzige Lorentztransformation darstellen mit der Geschwindigkeit

◯ $v = \frac{v_1+v_2}{1+(v_1 v_2/c^2)}$ ◯ $v = v_1 + v_2$ ◯ $v = \frac{v_1+v_2}{1-(v_1 v_2/c^2)}$

f) Ist die Größe $(\vec{E} + c\vec{B})(\vec{E} - c\vec{B})$ invariant bei einer Lorentz-Transformation?

◯ ja ◯ nein

Bachelorklausur zur Theoretischen Physik II (Elektrodynamik)

Name | Matrikelnummer

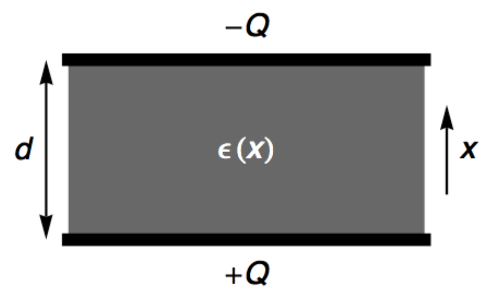
Anmerkungen:
Erlaubte Hilfmittel: ein selbstbeschriebenes Blatt DIN A4 — Bearbeitungszeit: 90 Minuten
Beschriften Sie jedes Blatt mit Namen und Matrikelnummer.

2 Plattenkondensator (6 P)

Ein Plattenkondensator besteht aus zwei senkrecht zur x-Achse stehenden Platten bei x_1 und x_2. Die Platten haben die Fläche F und Ladung $\pm Q$ und stehen im Abstand d zueinander: $x_2 = x_1 + d$. Im Zwischenraum befindet sich ein inhomogenes Dielektrikum der Dielektrizitätskonstante

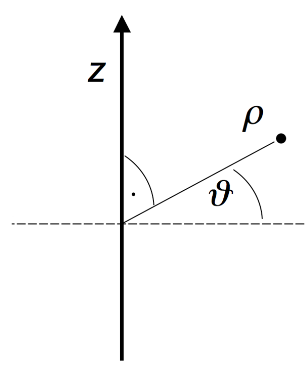
$$\varepsilon(x) = \tilde{\varepsilon}|x| + 1.$$

Bestimmen Sie die Kapazität des Kondensators als Funktion von x_1 für $-d < x_1 < 0$. Vernachlässigen Sie dabei Randeffekte, die duch die endliche Ausdehnung der Platten in der yz-Ebene entstehen.



3 Teilchen im Feld eines geladenen, stromführenden Drahtes (11 P)

Ein Teilchen der Masse m und Ladung $q > 0$ befindet sich in der Nähe eines entlang der z-Achse orientierten linearen, unendlich langen Drahtes, durch den ein konstanter Strom der Stärke j fließt, und der eine homogene Ladungsdichte $\tau > 0$ trägt. Das Teilchen hat keine Anfangsgeschwindigkeit relativ zum Draht.



a) Bestimmen Sie das elektrische Feld $\vec{E}$ und das magnetische Feld $\vec{B}$, das der Draht erzeugt. Geben Sie die Kraft an, die auf das Teilchen wirkt.

b) In Richtung des Azimutwinkels ϑ findet keine Bewegung statt. Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung des Teilchens in Zylinderkoordinaten für konstanten Azimutwinkel ϑ.

c) Wir vernachlässigen nun die ρ-Abhängigkeit von $\vec{E}$ und $\vec{B}$. Lösen Sie die Bewegungsgleichung für den Fall, dass $\vec{E}$ und $\vec{B}$ konstant sind, und bestimmen Sie die Bahnkurve $\vec{r}(t)$ des Teilchens.

d) Geben Sie anhand der Lösung aus Teilaufgabe c) eine Begründung, in welchen Fällen die Näherung konstanter Felder $\vec{E}$ und $\vec{B}$ gerechtfertigt ist.

4 Metamaterial (10 P)

Wir betrachten eine ebene elektromagnetische Welle in einem Material mit reellen, negativen ε_2 und μ_2.

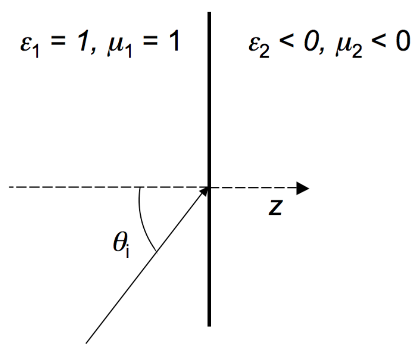
a) Zeigen Sie ausgehend von den Maxwellgleichungen, dass der Wellenvektor $\vec{k}$ antiparallel zum Poynting-Vektor $\vec{S}$ der Welle steht.

b) Der Brechungsindex n_2 wird damit gemäß

$$\vec{k} = n_2 \frac{\omega}{c_0} \hat{e}_S \quad \text{mit} \quad \hat{e}_S = \frac{\vec{S}}{|\vec{S}|}$$

negativ. Bestimmen Sie n_2.

c) Betrachten Sie nun eine elektromagnetische Welle, die aus dem Vakuum auf eine planare Grenzfläche zu diesem Metamaterial trifft. Bestimmen Sie mit dem Gesetz von Snellius den Winkel, den $\vec{S}$ der transmittierten Welle zur Grenzfläche bildet.



d) Die einfallende Welle sei senkrecht zur Einfallsebene polarisiert. Zeigen Sie ausgehend von den Stetigkeitsbedingung, die an der Grenzfläche gelten, dass für das Verhältnis der Amplituden des elektrischen Feldes der einfallenden und transmittierten Welle gilt:

$$\frac{E_{0\mathrm{t}}}{E_{0\mathrm{i}}} = \frac{2\cos\theta_\mathrm{i}}{\cos\theta_\mathrm{i} - \frac{1}{\mu_2}\sqrt{n_2^2 - \sin^2\theta_\mathrm{i}}}$$