

Theoretische Physik II (Elektrodynamik) – Übungsblatt 9

Aufgabe 1 – Bewegung von Wellenpaketen

Eine spezielle Lösung der Wellengleichung lautet:

$$f(x, t) = f_+(x - ct) + f_-(x + ct).$$

Die Komponente f_+ ist ein Wellenpaket, das sich mit Lichtgeschwindigkeit in x -Richtung bewegt, f_- ist ein sich in Gegenrichtung dazu bewegendes Wellenpaket. Die Lösung ist unabhängig von y und z .

Finden Sie die Maxima von $f(x, t)$ für $t \geq 0$ im Falle:

$$f_+(u) = f_-(u) = \frac{1}{\cosh(u/a)},$$

worin der Parameter a eine charakteristische Länge ist. Berechnen Sie weiterhin die Geschwindigkeiten, mit denen sich die Maxima von $f(x, t)$ bewegen und vergleichen Sie diese mit der Lichtgeschwindigkeit.

Hinweis: Beachten Sie, dass sich die Anzahl der Maxima im Laufe der Zeit verändert. Nützliche Identitäten:

$$\cosh^2(z) = 1 + \sinh^2(z), \quad \sinh(z_1 + z_2) = \sinh(z_1) \cosh(z_2) + \cosh(z_1) \sinh(z_2), \quad \frac{d}{dz} \operatorname{arcosh}(z) = \frac{1}{\sqrt{z^2 - 1}},$$

$$2 \sinh(z_1) \sinh(z_2) = \cosh(z_1 + z_2) - \cosh(z_1 - z_2), \quad \cosh(2z) = 2 \cosh^2(z) - 1.$$

Aufgabe 2 – Elliptisch polarisierte Welle

Betrachten Sie eine elektromagnetische Welle, deren elektrisches Feld durch:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \Re[(\hat{e}_x + e^{i\phi} \hat{e}_y) E_0 e^{ikz - i\omega t}]$$

beschrieben wird, wobei $\hat{e}_{x,y}$ die Einheitsvektoren in x - und y -Richtung sind. Im Falle $\phi \neq n\pi/2$, $n = 0, \pm 1, \dots$ bewegt sich die Spitze des Feldvektors \vec{E} auf einer Ellipse in der x - y -Ebene.

Berechnen Sie den Winkel α zwischen der Hauptachse dieser Ellipse und der x -Achse.

Aufgabe 3 – Zirkular polarisierte Welle

Eine im Vakuum in x -Richtung laufende, zirkular polarisierte Welle wird durch das elektrische Feld:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \Re[f(x - ct)(\hat{e}_y + i\hat{e}_z)]$$

beschrieben, worin $\hat{e}_{y,z}$ Einheitsvektoren in y - und z -Richtung sind und f eine beliebige, komplexwertige Funktion darstellt.

Ermitteln Sie aus den Maxwell-Gleichungen das zugehörige Magnetfeld $\vec{B}(\vec{r}, t)$. Berechnen Sie die Energiedichte $U(\vec{r}, t)$, die Energiestromdichte $\vec{S}(\vec{r}, t)$, die Impulsdichte $\vec{P}_{\text{em}}(\vec{r}, t)$ sowie den Spannungstensor der Welle.