

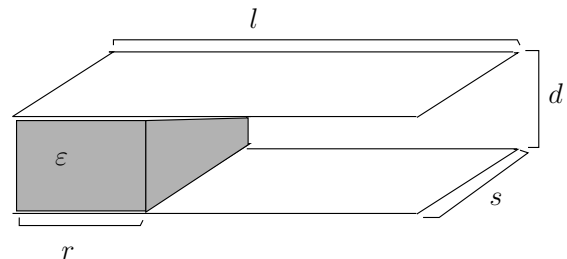
Theoretische Physik II (Elektrodynamik) – Übungsblatt 5

Aufgabe 1 – Dielektrikum

Eine Punktladung q im Vakuum befindet sich im Abstand h von einer ebenen Grenzfläche zu einem dielektrischen Medium mit der Dielektrizitätskonstante ϵ . Bestimmen Sie erzeugte elektrische Feld mit der Methode der Spiegelladungen. Diskutieren Sie den Grenzfall $\epsilon \rightarrow \infty$.

Aufgabe 2 – Dielektrikum im Kondensator

Zwischen zwei rechteckigen, unendlich dünnen Metallplatten der Fläche $l \times s$, die parallel im Abstand d liegen, ist ein Dielektrikum ϵ mit den Ausmaßen $r \times s \times d$ eingeschoben (siehe Abbildung). Die obere (untere) Platte trägt die Ladung $+Q$ ($-Q$). Da die Platten leitend sind, sind die Ladungsträger auf den Platten frei verschiebbar. Randeffekte sind vernachlässigbar ($d \ll r, l, s$).



a) Berechnen Sie \vec{D} , \vec{E} und die Oberflächenladungsdichte, jeweils in Region I (mit Dielektrikum) und in Region II (ohne Dielektrikum).

b) Wie groß ist die Kapazität $C = Q/\Delta\Phi$ dieser Anordnung (wobei $\Delta\Phi$ die Potenzialdifferenz zwischen den Platten ist)?

Aufgabe 3 – Dielektrische Kugel im elektrischen Feld

In einem homogenen elektrischen Feld $\vec{E}_0 = E_0 \hat{e}_z$, mit dem Einheitsvektor \hat{e}_z in z -Richtung, befinde sich eine dielektrische Kugel mit dem Radius R und der Dielektrizitätskonstanten ϵ .

a) Zeigen Sie, dass das elektrische Feld innerhalb der Kugel durch:

$$\vec{E}_{\text{innen}} = \frac{3}{2 + \epsilon} \vec{E}_0. \quad (1)$$

gegeben ist.

b) Wie sieht das Feld außerhalb der Kugel aus? Skizzieren Sie beide Felder, innen und außen.

Hinweis: Benutzen Sie sphärische Koordinaten und einen allgemeinen Ansatz für das Potenzial Φ :

$$\Phi(r, \theta, \phi) = \sum_{lm} (a_{lm} r^l + b_{lm} r^{-l-1}) Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (2)$$

für die Bereiche innerhalb und außerhalb der Kugel. Bestimmen Sie die dabei auftretenden Koeffizienten über die folgenden Randbedingungen:

- (i) $|\Phi(r \leq R, \theta, \phi)| < \infty$,
- (ii) $\Phi(r \rightarrow \infty, \theta, \phi) \rightarrow -E_0 r \cos(\theta)$,
- (iii) $\Phi_i|_{r=R} = \Phi_a|_{r=R}$ (Stetigkeit des Potenzials),
- (iv) die Stetigkeit der Normalkomponente der elektrischen Verschiebung \vec{D} ,
- (v) die Stetigkeit der Tangentialkomponente des elektrischen Feldes \vec{E} .