

Theoretische Physik II (Elektrodynamik) – Übungsblatt 13

Aufgabe 1 – Additionstheorem für parallele Geschwindigkeiten

Man zeige explizit, dass zwei aufeinanderfolgende Lorentz-Transformationen in der gleichen Richtung einer einzigen Lorentz-Transformation mit der Geschwindigkeit

$$v = \frac{v_1 + v_2}{1 + (v_1 v_2 / c^2)} \quad (1)$$

äquivalent sind. Dies ist eine andere Methode, um das Additionstheorem für zueinander parallele Geschwindigkeiten herzuleiten.

Aufgabe 2 – Einfaches Modell eines stromführenden Drahtes

Ein unendlich langer, gerader Draht von vernachlässigbar geringem Querschnitt befinde sich im Inertialsystem K' in Ruhe und trage eine homogene Linienladungsdichte λ . Das System K' (und der Draht) bewege sich gegenüber dem Laborsystem K mit der Geschwindigkeit \vec{v} parallel zur Achse des Drahtes.

a) Man gebe die durch Zylinderkoordinaten ausgedrückten elektrischen und magnetischen Felder im Ruhesystem des Drahtes an. Unter Verwendung der Lorentz-Transformationseigenschaften der Felder bestimme man die Komponenten der elektrischen und magnetischen Felder im Laborsystem.

b) Wie lauten die Ladungs- und Stromdichten des Drahtes in seinem Ruhesystem und im Laborsystem? Aus den Ladungs- und Stromdichten im Laborsystem berechne man direkt die entsprechenden elektrischen und magnetischen Felder und vergleiche das Ergebnis mit a).

Aufgabe 3 – Dopplereffekt

Ein Beobachter in einem Koordinatensystem K empfängt Licht von einer Quelle (z.B. einem Stern), die in einem System K' ruht, das sich mit Geschwindigkeit v entlang der x -Achse relativ zu K bewegt. Die Quelle sende in K' monochromatisches Licht mit Frequenz ω' isotrop in alle Richtungen aus.

a) Welche Frequenz ω hat das Licht für den Beobachter in K , das unter einem Winkel α zur x -Achse auftrifft, d.h. $k^1 = |\vec{k}| \cos(\alpha)$? Bestimmen Sie daraus den gewöhnlichen Dopplereffekt im Limes $\beta \ll 1$ und zeigen Sie, dass relativistisch auch im transversalen Fall $\alpha = \pi/2$ noch eine Dopplerverschiebung existiert.

b) Berechnen Sie $\cos(\alpha)$ als Funktion der entsprechenden Größe $\cos(\alpha')$ im System der Quelle und zeigen Sie damit, dass eine sich schnell auf einen Beobachter zubewegte Lichtquelle so aussieht, als ob sie vorwiegend in Vorwärtsrichtung emittieren würde.

Hinweis: Benutzen Sie die Formeln für die Lorentz-Transformation $k^\mu \rightarrow k'^\mu$ der nullten bzw. ersten Komponente des Vierer-Wellenvektors k^μ des Lichtes.

