Technische Universität München
Physik Department
Prof. Dr. Roland Netz
http://einrichtungen.physik.tu-muenchen.de/T37/teaching.html

Elektrodynamik
Wintersemester 2009/2010
26. Januar 2010

Theoretische Physik II (Elektrodynamik) – Übungsblatt 12

Aufgabe 1 – **Skineffekt, Induktionsheizung**

Ein Leiter mit der Leitfähigkeit σ und magnetischer Permeabilität μ, die beide bei der betrachteten Frequenz ω reell seien, befinde sich im Halbraum $z > 0$. An der Grenzfläche $z = 0$ liegt ein räumlich homogenes, periodisch mit Frequenz ω oszillierendes H-Feld entlang der x-Richtung an, d.h. in komplexer Darstellung: $\vec{H}(z = 0) = H_0 \hat{e}_x \exp(-\imath\omega t)$.

a) Bestimmen Sie das physikalische Feld $\vec{H}(z,t)$ im Halbraum $z > 0$ aus der Lösung der Wellengleichung mit dem komplexen Wellenvektor $k(\omega) = n(\omega)\,\omega/c$. Verwenden Sie dazu die quasistatische Näherung, in der $\epsilon(\omega) = \imath\sigma/(\epsilon_0\omega)$ rein imaginär, $\mu(\omega)$ aber rein reel ist. Zeigen Sie, dass das Feld wie $\exp(-z/\delta)$ abfällt und bestimmen Sie die entsprechende Skintiefe $\delta(\omega)$.

b) Berechnen Sie unter Vernachlässigung des Maxwell'schen Verschiebungsstroms das zugehörige elektrische Feld $\vec{E}(z,t)$ und zeigen Sie, dass im Grenzfall quasistatischer Felder $\omega\delta \ll c$ die Ungleichung $|\vec{E}| \ll c|\vec{B}|$ erfüllt ist.

c) Berechnen Sie die zeitlich gemittelte dissipierte Leistung $\overline{\vec{j} \cdot \vec{E}}$ pro Volumen im Leiter und überlegen Sie, wie die Parameter für eine möglichst effektive Induktionsheizung gewählt werden sollten.

Aufgabe 2 – **Retardierte Potentiale**

Wir betrachten die Wellengleichung

$$\Delta\Phi(t,\vec{r}) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Phi(t,\vec{r}) = -h(t,\vec{r})$$

a) Zeigen Sie, dass das retardierte Potential eines infinitesimal dünnen linearen Lichtblitzes

$$h(t,\vec{r}) = \delta(t)\delta(x)\delta(y)$$

gegeben ist als

$$\Phi_{\mathrm{r}}(t,\vec{r}) = \frac{2c}{4\pi(c^2t^2 - x^2 - y^2)^{1/2}}\Theta(ct - \sqrt{x^2 + y^2})$$

b) Bestimmen Sie das elektrische und magnetische Feld für den Strom

$$\vec{j}(t,\vec{r}) = I_0\delta(t)\delta(x)\delta(y)\hat{e}_z.$$

Für $t < 0$ sei der Raum feldfrei.

Aufgabe 3 – **Dipolantenne**

Eine Punktladung q führt eine harmonische Schwingung entlang der x-Achse aus

$$\vec{r}_q(t) = x_0 \cos(\omega t)\hat{e}_x$$

In der Fernfeldnäherung betrachten wir $r >> r_q$.

a) Wie lautet das zeitabhängige Dipolmoment, das die Ladung erzeugt?

b) Bestimmen Sie $\vec{E}(t, \vec{r})$ und $\vec{B}(t, \vec{r})$ für große r (Fernfeldnäherung) und geben Sie den Poynting-Vektor an.

c) Berechnen Sie die Richtungsabhängigkeit der abgestrahlten Leistung

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{1}{T}\int_{t'}^{t'+2\pi/\omega} \vec{S}(t, \vec{r}) r^2 \hat{e}_r dt.$$

d) Berechnen Sie die mittlere abgestrahlte Gesamtleistung.