Technische Universität München
Physik Department
Prof. Dr. Roland Netz
http://einrichtungen.physik.tu-muenchen.de/T37/teaching.html

Elektrodynamik
Wintersemester 2009/2010
19. Januar 2010

Theoretische Physik II (Elektrodynamik) – Übungsblatt 11

Aufgabe 1 – **Magnetische Feldenergie**

a) Zeigen Sie, dass die Energie eines statischen magnetischen Feldes $\vec{B}(\vec{r})$ im Vakuum durch die felderzeugende Stromverteilung mit Stromdichte $\vec{j}(\vec{r})$ in den folgenden Formen:

$$W_m = \frac{1}{2}\int \vec{j}(\vec{r})\cdot\vec{A}(r)\mathrm{d}^3r = \frac{\mu_0}{8\pi}\int\int \frac{\vec{j}(\vec{r})\cdot\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\mathrm{d}^3r\mathrm{d}^3r' \tag{1}$$

ausgedrückt werden kann. Dabei ist $\vec{A}(\vec{r})$ das Vektorpotential.

Hinweis: Nehmen Sie in der Teilaufgabe a) an, dass die Stromverteilung räumlich begrenzt ist. Nützliche Formel: $\vec{\nabla}\cdot(\vec{F}\times\vec{G}) = \vec{G}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{F}) - \vec{F}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{G})$.

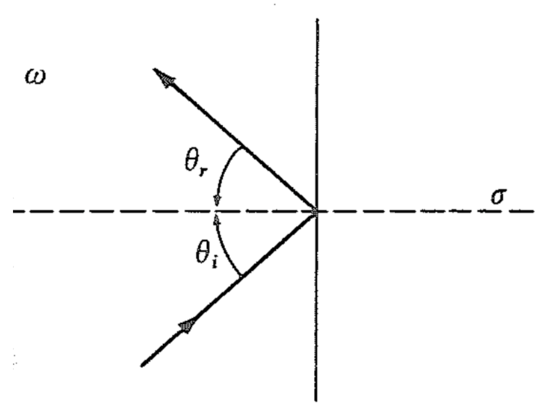
b) Nehmen Sie an, dass die Stromverteilung aus N dünnen Leitern entlang geschlossener Linien $\mathcal{C}_i$ mit Stromstärken I_i, $i = 1, ..., N$ besteht. Zeigen Sie, dass die Feldenergie nun als quadratische Form:

$$W_m = \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{N} L_{ij} I_i I_j \tag{2}$$

geschrieben werden kann. Die Koeffizienten L_{ij} nennt man die Induktivitäten. Geben Sie eine Integraldarstellung für die entsprechenden Induktivitäten L_{ij} an (Neumann Formel).

Aufgabe 2 – **Reflektion an leitender Oberfläche**

Eine ebene Welle der Frequenz ω trifft mit dem Einfallswinkel θ_i auf eine dicke, leitende Platte mit der Leitfähigkeit σ und erzeugt einen Oberflächenstrom $\vec{j} = \sigma\vec{E}$.

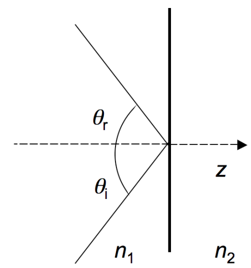


Bestimmen Sie mit Hilfe der Maxwellgleichungen die Intensität der reflektierten Welle für eine parallel bzw. senkrecht zur Einfallsebene polarisierte Welle.

Aufgabe 3 – **Totalreflektion**

Eine ebene Welle der Frequenz ω im Medium 1 mit Brechungsindex n_1 trifft auf eine ebene Grenzfläche zu dem Medium 2 mit Brechungsindex $n_2 < n_1$. Für den Einfallswinkel der Welle gilt

$$\theta_i > \arcsin\frac{n_2}{n_1}.$$



a) Welche Ausdrücke ergeben sich aus dem Snelliusschen Gesetz für $\sin(\theta_r)$ und $\cos(\theta_r)$?

b) Bestimmen Sie das Amplitudenverhältnis des elektrischen Felds der reflektierten und der einfallenden Welle für die in der Einfallsebene polarisierten Komponente und der senkrecht zu der Einfallsebene polarisierten Komponente,

$$\left(\frac{E_{0\mathrm{r}}}{E_{0\mathrm{i}}}\right)_{||} \text{ und } \left(\frac{E_{0\mathrm{r}}}{E_{0\mathrm{i}}}\right)_{\perp}.$$

Wieviel Energie wird in die reflektierte Welle übertragen?

c) Ändert sich die Polarisation bei der Reflektion? Geben Sie die Phasenverschiebungen der parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Komponenten an.

d) Geben Sie die transmittierte Welle an. Zeigen Sie dazu zuerst, dass für die z-Komponente des Wellenvektors die Beziehung

$$\frac{k_z^t}{k_z^i} = i\frac{\sqrt{n_1^2\sin^2(\theta_i) - n_2^2}}{n_1\cos(\theta_i)}$$

gilt. Bestimmen Sie das elektrische Feld der transmittierten 'evaneszenten' Welle als Funktion von z.

e) Bestimmen Sie mit Hilfe des Poynting-Vektors, wieviel Energie von der transmittierten Welle in das Medium 2 übertragen wird.