

Zentralübung zur Vorlesung

Theoretische Physik II: Elektrodynamik

Blatt 6

Dr. A.Zharikov, Prof. R.Netz, TU München, WS 2009/2010

Aufgabe 13: Elektrische und magnetische Dipolstrahlung

Berechnen Sie die zeitlich gemittelte Energiestromdichte in der Strahlungszone ($kr \gg 1$) und die gesamte Strahlungsleistung in dem Fall

- (a) einer elektrischen Dipolstrahlung.
- (b) einer magnetischen Dipolstrahlung.

Aufgabe 14. Zeitlich periodische Ladungsdichten

Ein bekanntes Beispiel für ein Strahlungssystem ist eine rotierende Anordnung von Punktladungen, die sich in festem Abstand zueinander befinden. Die Ladungsdichte

$$\rho(\vec{r}, t) = \rho(r, \theta, \varphi - \omega_0 t) \quad (1)$$

ist in diesem Fall offenbar eine Funktion der Zeit, hat aber nicht die Gestalt

$$\rho(\vec{r}, t) = \rho_0(\vec{r})e^{-i\omega t}. \quad (2)$$

Um die Frequenzkomponente der Multipolmomente einer durch Gleichung (1) gegebenen Ladungsverteilung zu berechnen, gibt es zwei Möglichkeiten:

- (a) Bestimmen Sie die tatsächliche Zeitabhängigkeit der Multipolmomente direkt aus $\rho(\vec{r}, t)$ und daraus – unter Beachtung von (2) – die Multipolmomente für eine gegebene Frequenz; dabei ist zu beachten, dass bei der Berechnung der $Q_{lm}(t)$ Linearkombinationen mit reellen Werten zu bilden sind.
- (b) Betrachten Sie eine zeitlich periodische Ladungsdichte $\rho(\vec{r}, t)$ mit der Periode $T = 2\pi/\omega_0$. Zeigen Sie unter Verwendung einer Entwicklung in eine Fourier-Reihe, dass sich $\rho(\vec{r}, t)$ in der Form

$$\rho(\vec{r}, t) = \rho_0(\vec{r}) + \sum_{n=1}^{\infty} \text{Re}[2\rho_n(\vec{r})e^{-in\omega_0 t}]$$

mit

$$\rho_n(\vec{r}) = \frac{1}{T} \int_0^T \rho(\vec{r}, t) e^{in\omega_0 t} dt$$

darstellen lässt. Hieraus wird explizit deutlich, wie der Zusammenhang mit (2) herzustellen ist.

- (c) Berechnen Sie für eine einzelne Ladung q , die sich in der (x, y) -Ebene auf einem Kreis vom Radius R mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω_0 um den Ursprung bewegt, die Frequenzkomponenten der Monopol- und Dipolmomente unter Verwendung der beiden in (a) und (b) skizzierten Methoden. Vergleichen Sie die Ergebnisse miteinander. Mit welcher Frequenz oszilliert das Quadrupolmoment dieser Anordnung?

Aufgabe 15. Čerenkov-Strahlung

Eine Ladung Q bewege sich mit konstanter Geschwindigkeit v in einem Medium mit reellem Brechungsindex $n > 1$. Zeigen Sie, dass im Fall $v > c_0/n$, d.h. die Geschwindigkeit des Teilchens ist größer als die Lichtgeschwindigkeit im Medium, auch ein gleichförmig bewegtes Teilchen Strahlung aussendet und berechnen Sie den Öffnungswinkel θ_C des Mach'schen Kegel der resultierenden elektromagnetischen Schockwelle.