TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
MÜNCHEN

Mechanik der Kontinua WS08 – Klausur

Insgesamt werden 60 Punkte vergeben. Gesamtbearbeitungszeit:120 Minuten.
Bitte Matrikelnummer aufschreiben und Aufgaben sorgfältig durchlesen. Viel Glück!

Teil A – [30 min Zeit]
[Keine Hilfsmittel erlaubt]

Aufgabe 1 (3 Punkte) Geben Sie (a) die Definition der substantiellen Ableitung, (b) die Kontinuitätsgleichung, und (c) die allgemeinen Form der Impulsbilanzsgleichung an. Erklären Sie die Bedeutung der Terme in diesen Gleichungen. Wie vereinfachen sich die Kontinuitätsgleichung und die Impulsbilanzsgleichung für eine ideale inkompressible Flüssigkeit?

Aufgabe 2 (3 Punkte) (i) Für welche Strömungen kann ein komplexes Potential $W(z)$ definiert werden? ii) Wie lautet die Beziehung zwischen dem komplexen Potential $W(z)$, der Stromfunktion $\Psi(z)$ und dem Geschwindigkeitspotential $\Phi(z)$? iii) Wie sind die Geschwindigkeitskomponenten in kartesischen Koordinaten durch (a) die Stromfunktion und (b) das Geschwindigkeitspotential definiert?

Aufgabe 3 (3 Punkte) i) Definieren Sie die Reynoldszahl Re. ii) Geben Sie die Bedingung für hydrodynamische Ähnlichkeit an, bzw. unter welcher Bedingung sind 2 Strömungen ähnlich? iii) Wasser ($\rho = 1000 kg/m^3$, $\eta = 10^{-3} Pa \cdot s$ fließt mit einer mittleren Geschwindigkeit von $v = 0,04 m/sec$ durch ein $L = 200\ m$ langes Rohr mit Durchmesser $d = 0,05\ m$. Wie groß ist die Reynoldszahl Re und welche Strömungsart (laminar oder turbulent) liegt vor?

Aufgabe 4 (3 Punkte) Formulieren Sie das Hook'sches Gesetz für ein isotropes Material. Wie hängt der Deformationstensor ε_{ij} mit dem Verschiebungsfeld $s_i(r)$ zusammen?

Aufgabe 5 (3 Punkte) Wie lautet die Bernoulli Gleichung und was besagt diese? Unter welcher Bedingung ist die Bernoulli Gleichung auch im Fall einer Wirbelströmung gültig?

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Mechanik der Kontinua WS08 – Klausur

Insgesamt werden 60 Punkte vergeben. Gesamtbearbeitungszeit:120 Minuten.
Bitte Matrikelnummer aufschreiben und Aufgaben sorgfältig durchlesen. Viel Glück!

Teil B – [90 min Zeit]

[2 handbeschriebene Seiten als Hilfsmittel erlaubt]

Aufgabe 6 (12 Punkte) Ein rotierender Zylinder mit Länge L und Radius R ist von einer Flüssigkeit umströmt. Die Flüssigkeitsgeschwindigkeit weit entfernt von dem Zylinder ist $\vec{v} = (u_\infty, 0, 0)$. Das komplexe Potential dieser Strömung ist gegeben durch

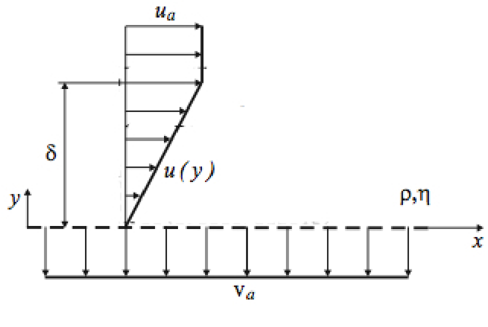
$$W(z) = u_\infty \left(z + \frac{R^2}{z} \right) - \frac{i\Gamma}{2\pi} lnz$$

Berechnen Sie

(a) das Geschwindigkeitspotential $\Phi(r,\theta)$ und die Stromfunktion $\Psi(r,\theta)$ in Zylinderkoordinaten,
(b) die Geschwindigkeitskomponenten u_r and u_θ,
(c) die Zirkulation um den Zylinder für $r = R$,
(d) die Staupunkte dieser Strömung und skizzieren Sie diese Staupunkte,
(e) die Kraft F die auf den Zylinder wirkt.

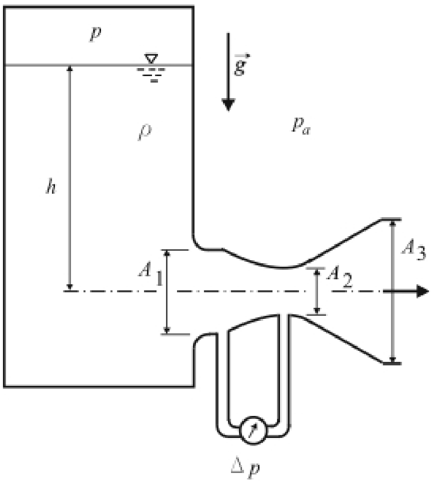
Hinweis: $z = re^{i\theta}$; $u_r = \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial \Psi}{\partial \theta}$; $u_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = -\frac{\partial \Psi}{\partial r}$; Blasius Theorem: $F_x - iF_y = \frac{i\rho}{2}\oint_C (\frac{dW}{dz})^2 dz$.

Aufgabe 7 (8 Punkte) Eine inkompressible Flüssigkeit fließt auf einer in x- und z-Richtung unendlich ausgedehnte Platte. Eine Grenzschicht hat sich entwickelt. Die Flüssigkeit wird durch die poröse Platte mit einer konstanten Geschwindigkeit v_a abgesaugt, so dass die Grenzschichtdicke konstant bleibt. Der Druck wird auch als konstant angenommen. Weit entfernt von der Platte ist die Geschwindigkeitskomponente $v_x(y) = U_\infty$.



(a) Geben Sie die Randbedingungen für das Geschwindigkeitsfeld $v(x,y,z)$ an.
(b) Benutzen Sie die Kontinuitätsgleichung um die Komponente $v_y(y)$ der Geschwindigkeit zu berechnen.
(c) Vereinfachen Sie die x-Komponente der Navier-Stokes Gleichung und berechnen Sie die Komponente $v_x(y)$ der Geschwindigkeit.
(d) Berechnen Sie die auf die Wand wirkende Spannung.

Aufgabe 8 (8 Punkte) Wasser fließt aus einem langen Behälter mit Druck p in die Umgebung mit Druck p_a. Der Druckunterschied Δp wird zwischen den Querschnitten A_1 und A_2 gemessen.



Berechnen Sie

(a) die Geschwindigkeiten $u_1,\ u_2,\ u_3$ in den Querschnitten A_1, A_2, A_3, und

(b) den Druck $p_1,\ p_2,\ p_3$ in den Querschnitten A_1, A_2, A_3 und den Druck p oberhalb der Wasseroberfläche.

Gegeben seien: $A_1 = 0,3m^2,\ A_2 = 0,1m^2,\ A_3 = 0,2m^2,\ h = 1m,\ p_a = 10^5 N/m^2, \rho = 10^3 kg/m^3, g = 10m/sec^2,\ \Delta p = 0,64 \cdot 10^5 N/m^2$.

Aufgabe 9 (7 Punkte) Eine viskose inkompressible Flüssigkeit fließt zwischen zwei koaxialen Zylindern mit Radien R_0 und $R_1 > R_0$ die mit den Winkelgeschwindigkeiten Ω_0 und Ω_1 rotieren (Zylindrische Couette-Strömung). An den Zylinderwänden gelten 'no-slip'-Randbedingungen, d.h. $u(R_0) = \omega_0 R_0$ und $u(R_1) = \omega_1 R_1$. Beachten Sie, dass aus Symmetriegründen gilt: $u = u(r)\hat{e_\phi}$ und $p = p(r)$.

(a) Berechnen Sie das Geschwindigkeits- und Druckfeld.

(b) Für welche Ω_0/Ω_1 ist die Strömung eine Potential-Strömung?

Gegeben seien: $R_0,\ R_1,\ \Omega_0,\ \Omega_1,\ \rho,\ \eta$

Hinweis: Benutzen Sie die Navier-Stokes Gleichungen in zylindrischen Koordinaten.

Aufgabe 10 (10 Punkte) Es sei das Verschiebungsfeld $\mathbf{s} = 5x\mathbf{e_x} + (y + 2z)\mathbf{e_y} + (2y + z)\mathbf{e_z}$ gegeben. Berechnen Sie den Deformations-, Rotations-, und Spannungstensor. Diagonalisieren Sie die Deformationsmatrix im Punkt (x,y,z)=(2,1,1).