

## Mechanik der Kontinua Blatt 2 — Strömungsfelder

<http://www.ph.tum.de/lehrtuehle/T37/teaching.html>

Ausgabe 26.10.06

- 1) **Stromlinien zweidimensionaler Strömungsfelder:** Zeichnen Sie die Stromlinien folgender Felder:
- $\mathbf{v} = (\alpha x, -\alpha y)$ ,  $\alpha > 0$  sei konstant.
  - $\mathbf{v} = \left(\frac{x}{1+t}, \frac{2y}{2+t}\right)$ . Zeichnen Sie zusätzlich die Trajektorie  $y(x)$  der Fluidpartikel, die sich zur Zeit  $t = t_0$  am Ort  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$  befanden.
  - $\mathbf{v} = (v_0, \beta t)$ ,  $\beta$  sei konstant. Zeigen Sie, dass die Trajektorie  $y(x)$  eines Fluidpartikels durch eine Parabel gegeben ist.
- 2) **Kontinuitätsgleichung:** Für inkompressible Flüssigkeiten ( $\rho = \text{const.}$ ) vereinfacht sich die Kontinuitätsgleichung zu  $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ . Prüfen Sie für die folgenden Strömungsfelder ob die Kontinuitätsgleichung gilt, und zeichnen Sie die Stromlinien:
- $\mathbf{v} = \left(\frac{-\alpha y}{x^2+y^2}, \frac{\alpha x}{x^2+y^2}, 0\right)$ .
  - $\mathbf{v} = (-\beta e^{kz} \sin kx \sin \omega t, 0, \beta e^{kz} \sin kx \sin \omega t)$ ,  $z < 0$ .
  - Die Geschwindigkeitskomponenten  $v_x = ax^2 + bxy + cy^2$  und  $v_z = 0$  eines Strömungsfeldes seien gegeben. Verwenden Sie die Kontinuitätsgleichung um die  $y$ -Komponente zu berechnen, dabei sei  $v_y(y=0) = 0$ .
- 3) **Spannungstensor:** Zeigen Sie unter Verwendung der allgemeinen Form des Spannungstensors  $\sigma_{ij} = -(p + \eta \nabla_k v_k) \delta_{ij} + \eta (\nabla_j v_i + \nabla_i v_j)$ , dass
- $\sigma_{ij} = -p \delta_{ij}$  für ein durch  $\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$  gegebenes Strömungsfeld ( $\boldsymbol{\omega}$  sei ortsunabhängig).
  - $\sigma_{ij} = -\left(p + \frac{2}{3} \eta \nabla_k v_k\right) \delta_{ij} + \eta (\nabla_j v_i + \nabla_i v_j)$  wenn die Beziehung  $p = -\frac{1}{3} \sigma_{ii}$  gilt.
- 4) **Tensor der Deformationsgeschwindigkeit (Verzerrungstensor):** Die Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$  eines Fluidpartikels einer inkompressiblen Flüssigkeit kann man in Translationsgeschwindigkeit  $\mathbf{v}^T$ , Rotationsgeschwindigkeit  $\mathbf{v}^R$  und Deformationsgeschwindigkeit  $\mathbf{v}^V$  aufteilen. Die Komponenten der Rotationsgeschwindigkeit sind durch  $v_i^R = \xi_{ij} dr_j$  gegeben, wobei  $\xi_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla_j v_i - \nabla_i v_j)$ . Die Komponenten der Deformationsgeschwindigkeit folgen aus  $v_i^V = V_{ij} dr_j$  mit dem Tensor der Deformationsgeschwindigkeit  $V_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla_j v_i + \nabla_i v_j)$ .
- Berechnen Sie  $\mathbf{v}^T$ ,  $\mathbf{v}^R$  und  $\mathbf{v}^V$  für das Scherfeld  $\mathbf{v} = (\gamma z, 0, 0)$ .
  - Berechnen Sie die Hauptachsen des Tensors der Deformationsgeschwindigkeit  $V_{ij}$  und skizzieren Sie die Stromlinien der Rotations- und Deformationsfelder.